Απαντήσεις στα Μαθηματικά ΕΠΑΛ

Θέμα Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

Α2. α) Σχολικό βιβλίο σελ.59

β) Σχολικό βιβλίο σελ.59

Α3. α)Λ

β)Σ

γ)Λ

δ)Λ

ε)Σ

Θέμα Β

Β1. $Cv = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\%$

$$20\% = \frac{200}{\bar{x}}\%$$

$$\bar{x} = 10$$

Β2. $\bar{x} = \frac{\sum t_i}{v}$

$$10 = \frac{52 + k}{6}$$

$$k = 8$$

Β3. Διατάσσω τις παρατηρήσεις κατά αύξουσα σειρά

7,8,10,11,11,13

$$\delta = \frac{t_3 + t_4}{2} = \frac{10 + 11}{2} = 10{,}5$$

$$R = \max(t_i) - \min(t_i) = 13 - 7 = 6$$

Β4. Σύμφωνα με εφαρμογή του βιβλίου

$$(\bar{x})' = \bar{x} - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$s' = s = 2$$

$$cv' = \frac{s'}{(\bar{x})'} = \frac{2}{8} = 0{,}25 > 0{,}1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Θέμα Γ

Γ1.

$$f'_{(x)} = \frac{1}{2\sqrt{x^2-2x+10}} \cdot (x^2 - 2x + 10)' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+10}} = \frac{2(x-1)}{2\sqrt{x^2-2x+10}} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$$

Γ2. $f'(x) = 0$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$ 1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$

Ο.Ε

Για $x = 1$ η $f(x)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(1) = 3$

Άρα $f(x) \geq f(1) \Rightarrow f(x) \geq 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Γ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι της μορφής

$$y = \lambda x + \beta$$

Όπου $\lambda = f'(5) = \frac{4}{5}$

Και διέρχεται από το σημείο $B\big(5, f(5)\big)$ δηλαδή $B(5{,}5)$

$$y = \frac{4}{5}x + \beta$$

$$5 = \frac{4}{5} \cdot 5 + \beta \Rightarrow \beta = 1$$

Επομένως

$$y = \frac{4}{5}x + 1$$

Γ4. Τέμνει τον x΄x όταν y=0

Άρα $x = -\frac{5}{4}$

$$A\left(-\frac{5}{4}, 0\right)$$

Τέμνει τον y΄y όταν x=0

y=1 άρα Β(0,1)

θέμα Δ

Δ1. $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$

$$\Delta = 0$$

$$x_0 = 1$$

x	$-\infty$ 1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$
$f(x)$	↗	↗

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το $\mathbb{R}$

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{6} \Rightarrow f\left(\frac{3}{8}\right) < f\left(\frac{5}{6}\right)$$

Επειδή η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

Δ2.

$$\lim_{x\to 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x}-1)(x^2-x)} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)x(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)x} = \lim_{x\to 1} \frac{3\sqrt{x}+3}{x} = 6$$

Δ3. Θέλουμε να δούμε πότε ο συντελεστής διεύθυνσης γίνεται ελάχιστος

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$x = 1$$

x	$-\infty$ 1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	$+$
$f'(x)$	↘	↗
	Ο.ε	

Για x=1 η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης

Δ4. Για να μην παρουσιάζει η f ακρότατα πρέπει

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow 36 - 12\lambda \leq 0 \Rightarrow \lambda \geq 3$$

Άρα λ=3